



3° Premio “Alessandro Rabuzzi”

Gara a squadre di matematica - 16 Febbraio 2018

Istruzioni Generali

- ✓ Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero, compreso tra 0000 e 9999.
- ✓ Se la quantità richiesta non è un numero intero, ove non altrimenti indicato, si indichi la sua parte intera.
- ✓ Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- ✓ Se la quantità richiesta è un numero intero maggiore di 9999, ove non altrimenti indicato, se ne indichino le ultime quattro cifre.
- ✓ Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1,4142$$

$$\sqrt{3} = 1,7321$$

$$\pi = 3,1416$$

Scadenze importanti

- ✓ **10 minuti dall'inizio:** termine ultimo per la scelta del problema Jolly (dopo verrà assegnato d'ufficio il primo problema della lista).
- ✓ **30 minuti dall'inizio:** termine ultimo per fare domande sul testo.
- ✓ **90 minuti dall'inizio:** termine della gara.

IL CASTELLO DI CAGLIOSTRO



con la collaborazione di



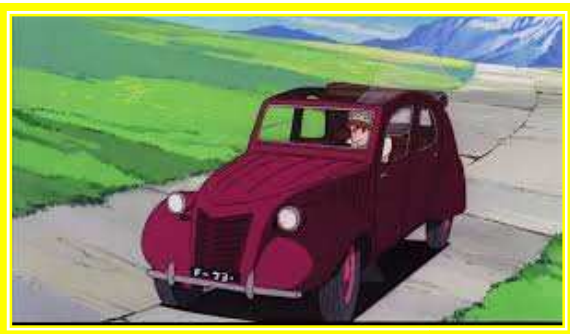
1. Fuga dal Casinò di Montecarlo

Suonano le sirene dell'allarme. Lupin e Jigen hanno appena rubato tutto il denaro del caveau del Casinò di Montecarlo. La loro Fiat 500 gialla sfreccia indisturbata sull'autostrada e i due amici ridono e scherzano immersi in mezzo a tutte le banconote rubate dopo l'ennesimo colpo portato a segno. D'un tratto il volto di Lupin si fa pensieroso e cupo. Jigen chiede "Ehi, che ti prende?". Lupin esclama semplicemente "È carta straccia!". Lupin si è accorto che, piegando lungo la diagonale una delle banconote rettangolari verdi, l'area della parte di banconota che si sovrappone è un terzo dell'area totale. Si tratta di banconote false, di ottima fattura, prodotte dal Capro. Dopo qualche istante, il sorriso torna sul volto di Lupin: "Jigen ho deciso il nostro prossimo lavoretto! Su con la vita! Bisogna festeggiare". I due amici festeggiano lanciando in aria tutte le banconote dal tettino aperto della 500. Qual è il rapporto tra il lato maggiore e il lato minore della banconota falsa? Scrivere come risposta tale rapporto moltiplicato per 100.



2. All'inseguimento della sposa

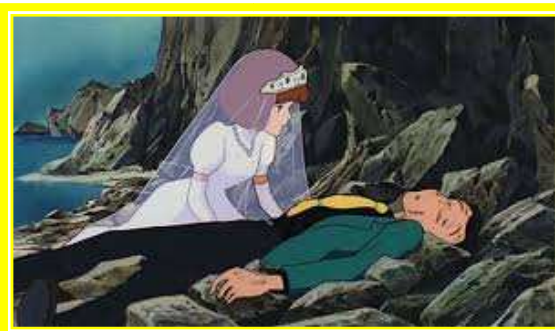
Dopo giorni di viaggio Lupin e Jigen giungono nell'Arciducato di Cagliostro, popolazione di 3500 abitanti, il paese più piccolo del mondo, nonché il buco nero dei falsificatori di denaro. Mentre stanno riparando a bordo strada una gomma forata, sfreccia accanto a loro una Deux Chevaux fuxia (Citroën 2 CV) guidata da una ragazzina vestita di bianco da sposa, inseguita da un'auto di malintenzionati. I due amici saltano in macchina, Lupin mette in moto, tira la leva per dare potenza al motore (la normale potenza della 500 viene moltiplicata per un fattore X) e parte all'inseguimento sgommando su due ruote. La 500 sfreccia ad una velocità impressionante sulla strada tortuosa che costeggia il lago di Cagliostro e presto raggiunge l'auto dei malviventi che sta cercando di buttare fuori strada la Deux Chevaux. Ma quale sarà il fattore X attivato dalla leva? Esso è uguale al



numero di coppie di numeri naturali (x, y) tali che $\frac{(x-y)^4 + (x+y)^4}{2} - (x^4 + y^4) = 864$.

3. L'hanno portata via su uno strano battello a vapore

Lupin e Jigen dopo un inseguimento pazzesco riescono a fermare la macchina dei malviventi. Intanto la ragazza alla guida della Deux Chevaux è svenuta, Lupin dal tettino della sua 500 salta sulla Deux Chevaux dopo averla affiancata e fa appena in tempo ad afferrare la ragazza prima che l'auto precipiti con i due occupanti dalla scogliera a picco sul lago. Lupin riesce ad attaccarsi con una corda alle rocce e poi a calarsi con la ragazza in braccio fino alla riva del lago. Appena a terra un tronco di legno colpisce in testa Lupin che sviene. La ragazza prova a far rinvenire il suo salvatore ponendogli uno dei suoi guanti bianchi bagnato sulla fronte. Nel frattempo però vede avvicinarsi un battello a vapore. "Mi dispiace, devo andare" esclama la ragazza e scappa lungo la riva, inseguita dal battello.



Quando arriva Jigen, Lupin si rinviene ed entrambi guardano il battello che si allontana a forte velocità con a bordo la sposa. Dalla ciminiera del battello esce uno strano fumo denso e scuro. All'orizzonte si vede una sequenza di 16 fumate casuali, 4 Nere e 12 Grigie. Qual è la probabilità che tale sequenza abbia rispettato ad ogni nuova fumata la condizione $0 \leq G - 2N \leq 4$? Esprimi come risposta la somma del numeratore e del denominatore con la frazione ridotta ai minimi termini.

4. Gli assassini ninja del Conte

Lupin scopre all'interno del guanto della sposa un anello con un sigillo, il simbolo del Capro. A Lupin tornano in mente ricordi della sua avventura da giovane e inesperto ladro nel paese di Cagliostro: riconosce la ragazza come Clarisse, la dolce e bellissima duchessa di Cagliostro, tornata dopo dieci anni in convento per diventare controvoglia la sposa del Conte di Cagliostro, suo lontano parente e reggente del paese dalla morte dei suoi genitori. Durante la notte mentre i due amici riposano in un tranquillo albergo di paese, ripensando alle scritte incise sull'anello, sentono dei rumori sospetti. I due amici si armano di ascia e mazza e si preparano allo scontro. Dal lucernario e dalla porta irrompe uno squadrone di assassini ninja con guanti di ferro affilati come lame che mette a dura prova la loro abilità. Dopo un duro scontro riescono a cavarsela fuggendo a bordo della loro auto. Ma quanti avversari hanno dovuto affrontare i nostri eroi, se il numero dei ninja guidati da Jodo, maggiordomo del Conte, è pari al valore dell'espressione $(a_{2017} + a_{2015} + \dots + a_3 + a_1)^{2018} + 20 \cdot \sqrt[18]{a_{2016} + a_{2014} + \dots + a_2 + a_0}$, dove gli a_k sono i coefficienti del polinomio $p(x)$ di grado 2017 tale che $p(-1) = 262145$ e $p(1) = 262143$?

5. Arrivano rinforzi

Lupin durante lo scontro è riuscito a lasciare il suo biglietto da visita sulla schiena di Jodo, con scritto: "*Al Conte, re delle donne e del denaro, verrò a prendermi la tua sposa nei prossimi giorni. Lupin*". Il Conte per niente preoccupato esclama "*Su Jodo, prepariamoci a ricevere questo signore di nome Lupin*". Nel frattempo Lupin e Jigen si sono accampati nelle rovine del castello degli arciduchi da dove, ben nascosti, possono osservare cosa succede nel castello del Conte.

Goemon, chiamato da Lupin, raggiunge gli amici per aiutarli a salvare la duchessa. Avvertito da Lupin arriva al castello del Conte anche l'ispettore Zenigata con i suoi uomini. Nell'attesa del momento propizio per entrare nel castello i tre amici si diletano di tanto in tanto giocando con i dadi del Principato di Cagliostro. Si tratta di alcuni dadi cubici che riportano sulle facce tre immagini diverse: il simbolo del Caprone, il volto del Conte e volto della Duchessa. In ognuno di questi dadi abbiamo una delle tre



immagini compare su una sola faccia, la seconda compare su due e la terza compare su tre. Una serie completa di questi dadi è formata dal numero n di dadi diversi che presentano tutte le possibili combinazioni delle tre immagini. Qual è la probabilità che lanciando una serie completa di dadi si ottengano tutte facce con lo stesso simbolo? Scrivere come risposta la somma del numeratore e del denominatore di tale frazione ridotta ai minimi termini.

6. Le difese del castello

Il castello sembra una fortezza inespugnabile dotata di potenti laser collegati a sensori capaci di captare qualsiasi movimento. Una notte di luna piena Lupin e Jigen decidono di entrare nel castello. Il loro piano consiste nell'attraversare il vecchio acquedotto romano che collega la torre con l'orologio al castello del Conte. Muniti di mute subacquee e respiratori, dopo aver tagliato le sbarre di sicurezza, i due amici si infilano nel cunicolo. Ad un certo punto la corrente diventa sempre più forte e Lupin cade in una cascata mentre Jigen riesce ad aggrapparsi al bordo del cunicolo. Appena messa fuori la testa dall'acqua si accorge di trovarsi all'interno di una stanza a forma di cubo. Cercando con lo sguardo una possibile uscita, si accorge della presenza di laser e riabbassa immediatamente la testa venendo quasi sfiorato da un raggio. Jigen si vede così costretto a tornare indietro sott'acqua lungo il condotto perché tali raggi sono in grado di colpire tutti i punti della stanza che distano dal suo centro meno che da ogni suo vertice. Quale percentuale del volume totale della stanza può essere colpita dai raggi laser?

7. Lupin o Zenigata???

Lupin, dopo aver superato diversi ostacoli nelle condotte dell'acquedotto, riesce a sbucare all'interno del castello attraverso la fontana del cortile. Lupin approfitta della presenza di Zenigata che è arrabbiato per aver ricevuto l'ordine di rientrare dai suoi superiori pressati dall'onnipotente Conte. Dopo una discussione con Gustav, il capo delle guardie del castello, l'ispettore si allontana deciso ad andarsene dal principato. Pochi minuti dopo



Lupin travestito da Zaza corre da Gustav urlando "Zenigata è appena stato qui?! Brutto idiota quello era Lupin travestito come me! Non ti sei accorto che era un travestimento? Brutto scimmione buono a nulla!". Gustav e i suoi soldati attaccano il vero Zenigata e così Lupin è libero di entrare nel castello. Gli uomini della polizia giapponese corrono in aiuto del loro capo disponendosi a proteggerlo in formazione difensiva a forma di

esagono regolare, con Zenigata al centro. Il numero di uomini del plotone è il più grande numero minore di 100 che permette agli uomini di schierarsi oltre che in formazione difensiva anche in formazione di attacco a forma di triangolo equilatero. Quanti sono gli uomini a disposizione di Zaza?

8. Lupin mette le ali

Lupin all'interno del castello ritrova una sua vecchia conoscenza, Fujiko, che si è fatta assumere come dama di compagnia di Clarisse, ma che in realtà punta al denaro del Capro. Dopo aver promesso a Fujiko di non intralciare il suo lavoro, la ragazza rivela a Lupin che Clarisse è tenuta prigioniera nella torre nord. Lupin, magicamente sparito dalla vista di Fujiko, si arrampica sulla torre centrale del castello per riuscire a sparare un razzo con una corda sul tetto della torre nord. Arrivato in cima esclama "Perbacco! È davvero rinchiusa in un posto a prova di intrusi". Posizionato il razzo, mentre sta per accendere la miccia, il razzo gli sfugge di mano e scivola giù. Lupin si lancia per riprenderlo, ma questo gli sfugge nuovamente e Lupin non potendosi più fermare decide di correre all'impazzata verso il bordo del tetto. Spiccando un magistrale salto "doppio" riesce ad aggrapparsi con le unghie alle pareti della torre nord. Ma quale gittata ha avuto il magico salto dell'abile ladro? La sua misura in centimetri è pari alle prime quattro cifre del numero di coppie di numeri naturali non nulli la cui media è un numero palindromo pari di 4 cifre divisibile per 7?



9. "Buonasera signor ladro"

D'un tratto nella stanza buia in cima alla torre Clarisse, seduta vicino alla finestra, sente un leggero vento che le fa muovere i capelli. L'oblò della cupola semisferica è aperto e sotto di esso, nel buio della stanza, intravede la figura di Lupin che si è calato con una corda. La ragazza riconosce in Lupin l'uomo che l'ha salvata. Lupin rende alla sposa l'anello perso. "Quello che sto cercando è semplicemente il tesoro che il tuo stregone tiene nascosto in questo castello e tu puoi aiutarmi", Lupin si allontana da Clarisse inchinandosi "E



per questo ti chiedo di lasciare che io ti rubi!". Clarisse "Vuole rubare me?" Lupin accenna un sì con la testa "Questo è il lavoro di un ladro! Salvare tutti i gioielli preziosi, quelli conservati nelle casse dei tesori del mondo perché possano tornare a brillare alla luce del sole. Liberi! E se tu vuoi, puoi essere uno dei miei gioielli". Clarisse improvvisamente si intristisce, ha paura dei poteri del Conte stregone e teme che questo possa fare del male al suo amico ladro. Lupin allora fa una magia: si inchina davanti a Clarisse e dalla sua

mano chiusa a pugno appare un piccolo fiore attaccato ad un filo pieno di coppie di bandierine colorate "Per ora accetta questo dono". Le coppie di bandierine sono tante quante le coppie di numeri interi positivi che sono soluzioni dell'equazione $2018x + 80 - y = xy$. Quante coppie di bandierine colorate riescono a far tornare il sorriso sul volto di Clarisse?

10. Lo stregone rompe l'incantesimo del ladro



Improvvisamente si accende la luce nella stanza, le finestre vengono serrate automaticamente. I ninja di Jodo circondano Lupin e riprendono la ragazza. Spunta la figura del Conte con il suo fido maggiordomo. Lupin cerca di tranquillizzare Clarisse che teme per la vita del ladro. "Allora a che gioco giochiamo signor Conte?". "Sarebbe facile eliminarti adesso, ma non è bello sporcare la stanza di una sposa con il sangue di un ladro. Non ti pare Lupin?" esclama con fare compiaciuto il Conte. "Ti pentirai di quello che hai detto e hai fatto alla ragazza". Il Conte chiude la questione "Ne ho abbastanza delle tue lagne". Il pavimento sotto i

piedi di Lupin si apre e il ladro sparisce. "E così abbiamo sistemato anche lui! Ah! Ah!" Il Conte sa che, da quando il castello è stato eretto, nessuno è mai sopravvissuto cadendo là dentro. L'anno dell'inizio della costruzione del castello è legato a un numero particolare. Sia $q(x)$ un polinomio monico di grado 2 tale che $q(x+1)+q(x)=2x^2+2x+11$ e sia $p(x)$ un polinomio a coefficienti naturali di grado 36 tale che $p(-1)=q(1)$, $p(1)=q(-1)$ e tale che i suoi coefficienti non nulli verificano $a_i \geq a_j, \forall i \geq j \mid a_i \neq 0 \wedge a_j \neq 0$. L'anno di costruzione del castello è uguale alle prime quattro cifre del numero di polinomi $p(x)$. Di quale anno si tratta?



11. Fuga dai sotterranei

Ma si sa, i ladri hanno sette vite come i gatti e Lupin, che aveva previsto tutto, è riuscito a frenare la caduta con una corda ed a calarsi fino in fondo. Ma non solo! Ha consegnato al Conte un anello falso contenente una trasmittente con la quale comunica a Clarisse "Ricordati che se crederai in me potrai volare via con me libera! Il signor ladro ti ruberà come un prezioso gioiello!". Il Conte allora invia tre dei suoi scagnozzi nei sotterranei con il compito di recuperare il vero anello. Lupin, vagando nei sotterranei pieni degli scheletri di indesiderati visitatori, incontra Zenigata, caduto accidentalmente in un'altra botola, e i due fanno un patto per aiutarsi a vicenda a fuggire. Mettendo i loro vestiti addosso a due scheletri riescono a ingannare e mettere fuori

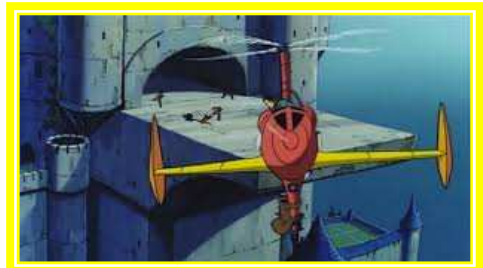


combattimento gli sgherri del Conte, ritrovando il cunicolo subacqueo per la fuga. I due si dimostrano dei fenomenali apneisti nuotando sottacqua per un numero di secondi pari a $\sqrt{\frac{100^3 - 98^3 + \dots + 8^3 - 6^3 + 4^3 - 2^3}{103}}$.

Per quanti secondi Lupin e Zaza hanno trattenuto il respiro all'interno del cunicolo?

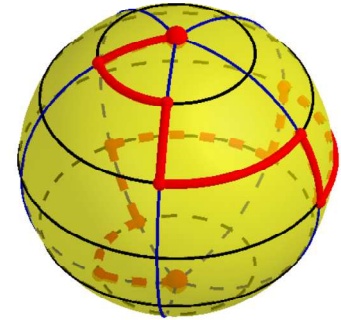
12. A bordo dell'autogiro

Rientrati nel castello i due amici rivali trovano le stanze e i macchinari per la produzione del denaro falso del Capro. Sotto i loro occhi ci sono tutte le banconote del mondo stampate alla perfezione in una quantità incredibile. Decidono di dar fuoco alle montagne di denaro falso, in modo da crearsi un diversivo per fuggire. Dopo aver sbaragliato i loro inseguitori, salgono le scale della torre centrale (ben X scalini ognuno alto almeno 30 centimetri) e arrivati in cima riescono a rubare l'autogiro del Conte: il mezzo ideale per andare a salvare Clarisse sulla torre nord. Clarisse intanto è stata raggiunta da Fujiko che le ha confessato di essere una spia venuta per scoprire i segreti del castello e di conoscere bene Lupin. Lupin lascia Zaza a pilotare l'autogiro con non poche difficoltà e scende sul tetto per far fuggire Clarisse e Fujiko attraverso l'oblò. Tuttavia gli uomini del Conte arrivano e ingaggiano un conflitto a fuoco con Fujiko che li tiene a bada e permette a Clarisse di raggiungere Lupin sul tetto. Quanti metri di dislivello minimo hanno affrontato Lupin e Zenigata per salire sulla torre sapendo che X è pari al numero di interi positivi minori di 1500 che non sono divisibili né per 5 né per 2?



13. Il sacrificio di Clarisse

Lupin, cercando di afferrare l'autogiro che Zenigata non è in grado di controllare, viene ferito gravemente da un colpo di mitragliatrice e cade scivolando sul tetto. Clarisse si lancia sul tetto e riesce ad afferrare il ladro prima che cada. Lupin ha quasi perso i sensi e sta perdendo molto sangue. Dalle finestre della torre sono spuntate due mitragliatrici azionate dagli uomini del Conte. *"Ti prego non sparare! Se hai deciso di uccidere lui, morirò anch'io!"* Urla Clarisse al Conte che invita Jodo a sparare per finire Lupin. Clarisse offre l'anello al Conte in cambio della vita del ladro gentiluomo *"Ecco l'anello! Se non mi prometti di lasciare andare Lupin e Fujiko lo getterò nel lago!"*. Mentre Clarisse si avvicina al Conte con l'anello, Zenigata, che è riuscito a riportare l'autogiro danneggiato sulla verticale della torre, volteggiando in maniera rocambolesca lungo i meridiani e i paralleli di una superficie sferica riesce a scendere fino a sorvolare il tetto della torre. Fujiko esce dalla finestra, afferra Lupin e salta sopra l'autogiro allontanandosi dalla torre, mentre Clarisse per consentire la fuga degli amici blocca la mitragliatrice di Jodo, consegnandosi però nelle mani del Conte. La superficie sferica sulla quale ha volteggiato l'autogiro è divisa in 5 fusi sferici congruenti da 5 meridiani. Su di essa sono tracciati 5 paralleli che dividono ogni meridiano in 6 archi congruenti di lunghezza 5 metri. Partendo dal polo Nord Zenigata ha raggiunto il polo Sud percorrendo in successione un arco di meridiano (da N a S) e un arco di parallelo (da O a E) e così via fino a raggiungere la meta, avendo fatto un giro completo attorno alla sfera. Qual è la distanza percorsa dall'autogiro nella sua rocambolesca discesa? Esprimere il risultato in centimetri.



14. "CLARisse! .. CARL!" tornano i ricordi

Zenigata denuncia per contraffazione il Conte, ma i politici, complici del falsario, non glielo permettono e fanno pressione all'Interpol per rimuovere l'ispettore dal caso. Lupin nel frattempo dopo tre giorni di sonno durante i quali spesso ripeteva "CLARisse!.. CARL!", si risveglia nella casa di Francesco il giardiniere del palazzo, con al fianco gli amici fidati Jigen e Goemon e il cane del giardiniere Carl che lo ha sempre vegliato accanto al letto. Francesco è stupito di come il ladro possa conoscere il nome del cane e di come il cane si sia affezionato a un perfetto sconosciuto. Solo Francesco e la duchessa conoscono il nome del cane e solo a loro Carl è affezionato. Lupin riprendendosi dalle gravi ferite inizia a ricordare. Egli rivela a Jigen, Goemon e al giardiniere del castello, grande amico di Clarisse, le reali ragioni del salvataggio della ragazza. Infatti dieci anni prima, un giovane ed inesperto Lupin aveva cercato di impossessarsi del denaro del Capro, ma dopo l'infruttuoso tentativo in cui era stato ferito, era stato salvato da Clarisse allora bambina e dal suo cane Carl. Lupin, anche se ancora debole, architetta un piano per mandare all'aria il matrimonio, salvare Clarisse e far venire alla luce i traffici illegali del Conte. Quanti sono gli anagrammi del nome della duchessa tali che, se si cancellano le lettere I, S, S, E, si ottiene il nome del suo fido cane?

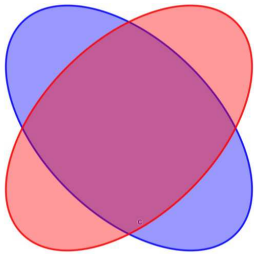
15. Il matrimonio

È arrivato il giorno delle nozze. Il Conte e Clarisse, intontita dai farmaci che le hanno somministrato, entrano nella cappella del castello per celebrare il matrimonio alla presenza dell'arcivescovo e di delegazioni dell'aristocrazia di tutti i paesi del mondo. Il matrimonio sembra andare come previsto, ma al momento del "sì", appare il "fantasma" di Lupin in mezzo a delle spettrali lanterne sospese nell'aria nei vertici e nei punti medi degli spigoli di un ottaedro regolare. Al fianco di Lupin a sorreggerlo non potevano mancare i fidi Jigen e Goemon. *"Siamo venuti a rubare la sposa da chi meriterebbe di stare all'inferno. Così sarà fatto il volere di Dio!"* tuona la voce del fantasma. Il Conte chiama le sue guardie, che infilzano il fantasma con le loro spade. Clarisse, per lo shock di tale visione, si risveglia. *"Clarisse, non piangere! Sarò da te tra un attimo!"* esclama il fantasma di Lupin. In realtà si tratta di un fantoccio che istantaneamente esplose creando scompiglio. Ciò permette a Lupin, travestito da arcivescovo, di afferrare Clarisse e portare via gli anelli al Conte. Quante sono le quaterne di lanterne non allineate che giacciono su un medesimo piano?



16. E adesso fuochi d'artificio!

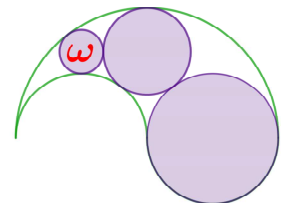
"Brutto piccolo ladruncolo!" esclama il Conte. Lupin sorride "Ehi! Vacci piano amico! Faresti meglio a lasciarmi andare, potresti farti male!" e, aprendo il manto da arcivescovo sotto cui si celava, fa partire una serie di fuochi d'artificio che esplodono all'interno della cappella, alcuni sopra gli invitati, altri vicino alle guardie, due di essi, uno rosso e uno blu, illuminano il soffitto con due bagliori a forma di due ellissi congruenti con gli assi coincidenti ma scambiati. Nella confusione Lupin scappa con Clarisse,



mentre gli amici intrattengono il Conte e i suoi uomini. Nel frattempo, durante il caos generale, Zenigata e i suoi uomini entrano nella zecca clandestina seguiti da Fujiko travestita da reporter televisiva che trasmette tutto in mondovisione, smascherando la produzione di banconote false. Sapendo che i semiassi delle due ellissi misurano rispettivamente 3 metri e $3\sqrt{3}$ metri, quanto misura la superficie della loro intersezione di colore viola?

17. Gli ingranaggi dell'orologio

Lupin e Clarisse salgono all'interno della torre dell'orologio in mezzo a giganteschi ingranaggi, catene e ruote dentate. Ma mentre stanno salendo, dal fondo della torre, appare il Conte con i suoi uomini. Per sfuggirgli, dato che le scale sono bloccate, Lupin chiede a Clarisse "Hai paura?". "No, signore" risponde decisa la ragazza. "Beh! Allora andiamo!" e i due si lanciano sopra le ruote dentate, sfruttandole per salire e spostarsi all'interno della torre. Arrivato a



metter al sicuro Clarisse sulle scale più in alto, Lupin prende una grossa chiave inglese e torna indietro. Si è accorto di tre ruote dentate collegate tra loro, la più grande di raggio 8 metri. Svitando la più piccola è in grado di farle cadere tutte e tre addosso ai suoi inseguitori. Lupin, sotto i colpi di mitra degli uomini del Conte, riesce a svitare la ruota più piccola che cade insieme alle altre due sistemando i suoi avversari. Quanto misura, in millimetri, il raggio della ruota più piccola ω ?

18. L'ora della resa dei conti

Il Conte dopo un duello di spada con Lupin riesce ad avvantaggiarsi sull'avversario e raggiunge Clarisse per



che salvarsi è costretta a salire sulle lancette dell'orologio. "Ormai sei in trappola! Questa è la fine per te!". "Aspetta Conte! Faremo un patto" Lupin rivela al Conte il segreto degli anelli, celato da un'arcana funzione $f : \mathbb{R}_0 \rightarrow \mathbb{R}$ scritta sul loro bordo. Lupin lascia gli anelli in cambio della vita di Clarisse, ma il Conte non rispetta i patti e fa cadere Clarisse dall'orologio. Lupin si lancia anche lui nel vuoto, afferra la ragazza e insieme si tuffano nel lago sotto la torre. Il Conte utilizza gli anelli inserendoli negli

occhi del simbolo del caprone in cima all'orologio. Il meccanismo attivato fa chiudere le enormi lancette dell'orologio sulle XII e queste inesorabilmente uccidono il Conte stritolandolo. Al rintocco dell'orologio, la torre crolla liberando un'antica chiusa che svuota il lago retrostante. Sapendo che la funzione f è tale che

$$(1+x)f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x^2}{1+x^2}, \text{ quanto vale } f(10)? \text{ Scrivere come}$$



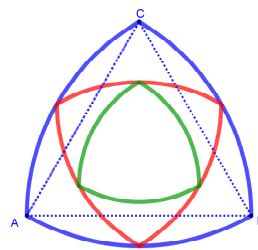
risultato la somma del numeratore e del denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.

19. Il segreto di Cagliostro

Lupin, con in braccio Clarisse, esce dal tunnel dell'acquedotto e stupito dello spettacolo che si apre davanti ai suoi occhi invita Clarisse a guardarsi attorno. Il lago sopra la torre dell'orologio si è svuotato quasi completamente e mostra ai due il suo segreto, un tesoro di valore inestimabile: le rovine di una antica città romana, maestosi templi, colonnati, statue bellissime. "E così è questo il tesoro nascosto!" esclama Lupin. I due camminano per le strade in mezzo alle rovine estasiati da ciò che li circonda. "Di certo lo si può considerare il tesoro dell'umanità. Peccato che è un



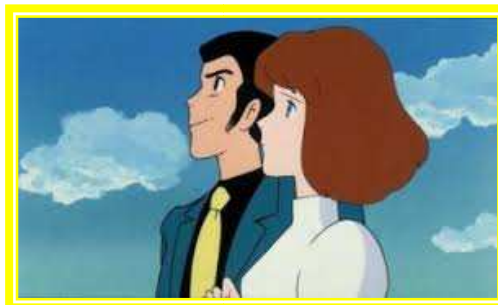
po' troppo grosso per le mie tasche!". I due entrano in una piazza con una pavimentazione a mosaico con disegni geometrici colorati: tre triangoli di Reulaux uno inscrito dentro l'altro (Il triangolo di Reulaux si ottiene da un triangolo equilatero puntando il compasso in ognuno dei vertici del triangolo e tracciando l'arco di circonferenza che unisce gli altri due vertici). Il più grande dei tre, quello di colore blu, ha spessore 20 metri (lo spessore è la lunghezza



del lato del triangolo ABC che lo genera). Qual è la lunghezza, in centimetri, dello spessore del più piccolo triangolo di Reulaux verde?

20. Arrivederci principessa Clarisse!

Lupin e Clarisse guardano gli aerei dell'Interpol che paracadutano i loro uomini sul castello. "Presto lei partirà?" chiede Clarisse "Signore può portarmi via con lei?". Il ladro la stringe gentilmente tra le sue braccia "Ti prometto che ogni volta che ti troverai nei guai io sarò con te. Accorrerò in tuo aiuto anche se fossi dall'altra parte del mondo" e bacia sulla fronte la ragazza. Arriva Carl insieme al giardiniere a trovare Clarisse, e Lupin si



allontana verso la macchina degli amici urlando alla fanciulla "A presto! Clarisse abbi cura di te!". Clarisse e Francesco salutano dalla verde collina "Lupin, sono sicura che un giorno ci rivedremo". Lupin e i suoi amici lasciano Clarisse e fuggono inseguiti da Zenigata e i suoi uomini, mentre Fujiko, che ha fatto in tempo a rubare le matrici dalla stamperia, mostra il bottino a Lupin e fugge via a bordo della sua moto. Quante nuove avventure aspetteranno i nostri amici? Beh, sicuramente

molte di più del valore minimo della funzione in due variabili $f(x, y) = 4x^2 + y^2 + 4xy + 80x + 40y + 1400$.

THE END